

O Problema de Monty Hall

Silvano Junior

PET-MAT / UFES

March 18, 2011

- 1 Matemática no Cotidiano
- 2 Girolamo Cardano
- 3 O Problema de Monty Hall
- 4 A Solução
- 5 simulação

Um dos principais desafios vividos pela matemática hoje talvez seja chamar a atenção das pessoas para como a matemática aparece em nosso dia a dia, desde situações de trabalho até os nossos momentos de lazer.



Girolamo Cardano
(1501-1576)

Personagem de interessantes episódios...

Um Sobrevivente!

Ao saber que estava grávida de Cardano sua mãe, Chiara, fez uma espécie de pílula do dia seguinte - um chá de losna, grãos de cevada queimada e raiz de tamarisco.

Ao nascer, a parteira previu que Cardano morreria em menos de uma hora. Contra a torcida de sua mãe Cardano **Sobreviveu!**

Um Sobrevivente!

Mas tarde Cardano e seus irmão foram atingidos pela peste negra que aterrorizava a europa. A expectativa de vida após o aperecimento da doença era de aproximadamente uma semana.

Os irmãos de Cardano morreram, num lance de "Sorte" o o bebe **sobreviveu!**

Seu destino seria viver cerca de 75 anos!

Como Pagar um Curso de Medicina em Pávia

Mas tarde Cardano se decidiu por ir estudar medicina Pavia. Um problema, contudo, era conseguir custear os estudos e despesas pessoais! Cardano começou a economizar o dinheiro que ganhava escrevendo horóscopos e dando aulas de geometria.

Em certo momento ele se deu conta que levava certa "sorte" com os jogos de apostas, e que isso lhe rendia dinheiro muito mais rápido.

Como Pagar um Curso de Medicina em Pavia

Em 1520, matriculou-se como estudante em Pavia. Pouco depois começou a escrever a sua teoria das apostas.

Nele aparece pela primeira vez a noção de *Espaço Amostral*.

Na linguagem moderna, a regra de Cadarno é expressa da seguinte maneira *Suponha que um processo aleatório tenha muitos resultados igualmente prováveis, alguns favoráveis (ou seja, ganhar), outros desfavoráveis (ou seja, perder). A probabilidade de obtermos um resultado favorável é igual à proporção entre os resultados favoráveis e o total de resultados possíveis. O conjunto de todos os resultados possíveis é chamado de Espaço Amostral*

Uma prática muito comum em meio as polícias forenses é o uso dos exames de *DNA* em investigações criminais (muitas das quais devem ser conhecidas dos fãs do seriado *CSI*).

Não é raro que especialistas em análise de *DNA* testemunhem em tribunais. Mas até que ponto podemos ter certeza do resultado de tais testes?

Alguns desses especialistas afirmam constantemente que a chance de que uma pessoa aleatória tenha *DNA* semelhante ao encontrado na cena de um crime é menor que uma em um milhão ou uma em um bilhão!

O Caso Timothy Durham

Um outro dado não muito divulgado nesses meios é a chance de erros serem cometidos cometidos na coleta e manuseio dessas amostras, que pode chegar a ser de uma em cem, o que bem menos que a taxa de erros nos exames. O Laboratório de Criminologia da Cidade da Filadélfia, por exemplo, admitiu ter trocado as amostras de referência do réu e da vítima num caso de estupro e a companhia Cellmark Diagnostics confessou ter cometido erro semelhante.

Lei de Probabilidade

Se um evento pode ter diferentes resultados possíveis A, B, C e assim por diante, a possibilidade de que A ou B ocorra é igual a soma das probabilidades individuais A e B. Além disso a soma de todos os resultados possíveis é igual a 1.

Usando essa Lei de probabilidades podemos ver claramente que a chance de erro em alguma das etapas do exame de DNA seria dada por

$$\frac{1}{1.000.000.000} + \frac{1}{100} \simeq \frac{1}{100}.$$

O Caso Timothy Durham

Em 31 de maio de 1991 uma menina de onze anos de idade foi violentamente estuprada e sodomizada à beira da piscina de sua residência em Tulsa, Oklahoma. Dois anos mais tarde, Timothy Durham foi injustamente acusado e condenado pelo crime. Os investigadores tinham apenas os cabelos e sêmen, provas inconclusivas encontradas na cena do crime e uma vaga descrição do atacante feita pela vítima . A investigação começou a concentrar-se em torno de Timothy Durham, um residente local com uma história de precedente criminal, que incluía armas de fogo e violação de condicional. No seu julgamento de 1993, os promotores apresentaram provas forenses que apontavam para Durham. Durham foi condenado por múltiplas acusações de primeiro grau, incluindo estupro, sodomia forçada, e tentativa de roubo. Apesar do depoimento de onze testemunhas que disseram que Durham estava em uma competição tiro ao alvo em Dallas, no momento do estupro, a acusação foi bem sucedida em convencer o júri da culpa de Durham. Sua pena total: mais de 3100 anos.

O Caso Timothy Durham

Em 1996, Durham contatou o Projeto Inocência e solicitou que um teste de DNA fosse realizado nas provas físicas que haviam sido descobertas na cena do crime. O teste revelou que o sêmen encontrado no maiô da vítima não poderia ter vindo de Durham. Esta revelação colocou acusação da promotoria além do reino da plausibilidade e apontou a culpa de um estuprador condenado chamado Jess Garrison, que se mudou para Tulsa na sequência da sua liberdade condicional. Em dezembro de 1991, um mês depois que Durham foi acusado, Garrison foi encontrado enforcado em um armazém, o que acabou por ser considerado um suicídio.

Marilyn Vos Savant, famosa colunista americana com um dos QI's mais altos do século, escreveu certa vez em sua coluna *Ask Marilyn*, na revista *Parade*, a seguinte pergunta:

Suponha que um convidado está em um programa de televisão e deve escolher entre três portas, uma das quais esconde um automovel e as outras duas dois bodes. O convidado escolhe uma das portas. Em seguida, o apresentador, que sabe o que as portas escondem, escolhe uma das duas restantes mostrando um bode. Ele então pergunta ao convidado: você quer trocar de porta? O problema é: é vantajoso para o convidado fazê-lo? Se o fizer, qual a sua probabilidade de ganhar o automovel?



A repercussão

A pergunta foi inspirada nas regras do programa de Tv *Let's Make a Deal*, transmitido entre 1963 e 1971, tendo como apresentador o simpático Monty Hall.

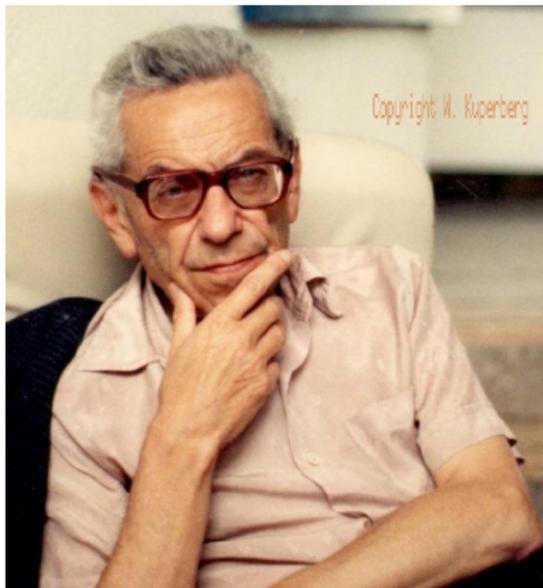


Marilyn recebeu cerca de 10 mil cartas de leitores sobre o assunto, sendo que aproximadamente 92% delas discordavam da opinião de Marilyn. Não basta-se tão numerosa repressão a resposta de Marilyn, algumas cartas haviam sido escritas por PhD's em Matemática. Um matemático da Universidade George Mason escreveu:

Deixe-me explicar: se mostramos que uma das portas não contém o prêmio, essa informação altera a probabilidade das duas escolhas recentes para $\frac{1}{2}$ - e nenhuma das duas portas apresenta motivos para ter maior probabilidade que a outra. Como matemático profissional, estou muito preocupado com a falta do conhecimento do público matemático em geral. Por favor, ajude a melhorar essa situação confessando seu erro e sendo mais cuidadosa no futuro.

A repercussão

Mal sabia como ela estava ajudando a matemática. O matemático Paul Erdős, famoso pelo número de Erdős e também pela frase "*Um matemático é uma máquina para transformar café em teoremas*", foi mais um a ficar irritado com a resposta de Marilyn e mais irritado ainda ao receber de outro matemático uma demonstração formal de que Marilyn estava certa.



Uma explicação lógica da solução do Problemas e os princípio probabilísticos envolvidos.

Simulação

Fim!
Obrigado pela atenção!

-  Mlodinow, L. *O Andar do Bêbado*. Editora Zahar, Rio de Janeiro, 2008.
-  Wykes, A. *Doctor Cardano: Physician Extraordinary*. Frederick Muller, Londres, 1969.
-  Vos Savant, M. *Aks Marilyn*. Parade, 9 de Setembro de 1990.
-  Timothy Durham, "*Innocence Project*". 18 de Março de 2011, on line em
[http : //www.innocenceproject.org/Content/Timothy_Durham.php](http://www.innocenceproject.org/Content/Timothy_Durham.php)
-  Cellmark Diagnostics. *Erro em Exame de DNA*. 18 de março de 2011, on line em
[http : //www.darwin.bio.uci.edu/ mueller/pdf/cellmark.pdf](http://www.darwin.bio.uci.edu/mueller/pdf/cellmark.pdf)
-  Simulação do Problema de Monty Hall. 18 de março de 2011, on line em [http : //www.darwin.bio.uci.edu/ mueller/pdf/cellmark.pdf](http://www.darwin.bio.uci.edu/mueller/pdf/cellmark.pdf)